

# ★ Белорусские астрономические олимпиады ★

## II ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ МИНСКОЙ ОБЛАСТИ

### Решения заданий

2011 — 2012 учебный год

По 5 баллов за каждую короткую задачу и за каждый вопрос длинной задачи. Если решение правильное, но ответ неверный: не более 3 баллов. За неправильное количество значащих цифр в ответе отнимается 1 балл. За отсутствие единиц измерения в ответе также отнимается 1 балл.

#### Задачи на разные темы (25 баллов)

1. Пренебрегая рефракцией и угловыми размерами диска Солнца, вычислите наибольшую его высоту над горизонтом в Милане ( $\varphi = 45^\circ 30'$ ) 31 декабря 2011 года, если его склонение в этот момент  $\delta_\odot = -23^\circ 06'$ .

$$h_\odot = 90^\circ - 45^\circ 30' - 23^\circ 06' = 21^\circ 24'.$$

2. Оцените значение прямого восхождения звезд, видимых в Беларуси в верхней кульминации в полночь по минскому времени (UTC+3h) в день зимнего солнцестояния.

Для территории Беларуси в качестве оценки истинного солнечного времени возьмем UTC+2<sup>h</sup>, т.е.  $T_\odot \simeq 23^h$ , тогда часовой угол Солнца  $t_\odot = T_\odot - 12^h = 11^h$ . В день зимнего солнцестояния прямое восхождение Солнца  $\alpha_\odot = 18^h$ . Тогда часовой угол  $t$  и прямое восхождение  $\alpha$  звезд в верхней кульминации:

$$\alpha + t = \alpha + 0^h = \alpha_\odot + t_\odot = 18^h + 11^h = 5^h.$$

3. Какая из двух планет, Меркурий или Венера, имеет наименьший синодический период для наблюдателя на Земле? Ответ обоснуйте.

Обозначим сидерические периоды Меркурия, Венеры и Земли соответственно  $T_M$ ,  $T_V$ ,  $T_E$ . При этом  $T_M < T_V < T_E$ . Тогда синодические периоды:

$$\frac{1}{P_{M,V}} = \frac{1}{T_{M,V}} - \frac{1}{T_E}.$$

Поскольку  $1/T_M > 1/T_V$ , то  $1/P_M > 1/P_V$ . Значит  $P_M < P_V$ , т.е. Меркурий имеет меньший синодический период.

4. Космический аппарат Hipparcos способен измерять годовые параллаксы с точностью до  $0.001''$ . Вычислите, на каком расстоянии от наблюдателя должен находиться апельсин диаметром 7 см, угловой диаметр которого был бы равен данному углу.

$$x = \frac{7 \text{ см}}{\text{tg}(0.001'')} = \frac{7 \text{ см} \times 206265''}{0.001''} = 1443855000 \text{ см} \simeq 10^9 \text{ см} = 10^4 \text{ км}.$$

5. Звезда  $\delta$  Скорпиона имеет температуру  $T = 2.8 \times 10^4$  К и радиус  $R = 5.16 \times 10^9$  м. Определите светимость звезды в светимостях Солнца, если его температура и радиус соответственно равны  $T_{\odot} = 5.8 \times 10^3$  К,  $R_{\odot} = 6.96 \times 10^8$  м.

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left( \frac{R}{R_{\odot}} \right)^2 \left( \frac{T}{T_{\odot}} \right)^4 \simeq 3.0 \times 10^4.$$

## Комета Галлея (25 баллов)

Орбиты комет часто имеют большие эксцентриситеты, часто близкие к единице (иногда и превышающие ее). Комета Галлея имеет период  $T = 76$  лет и эксцентриситет орбиты  $e = 0.9673$ .

- (а) Чему равна большая полуось орбиты кометы Галлея в а. е.?

Поскольку период указан в годах,

$$a = 76^{2/3} \text{ а. е.} = 17.9422 \text{ а. е.} \simeq 18 \text{ а. е.}$$

- (b) Используя орбитальные данные кометы, оцените массу Солнца.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \implies M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} \simeq 2.0 \times 10^{30} \text{ кг.}$$

- (c) Вычислите расстояние от кометы до Солнца в перигелии и афелии в а. е.

$$r_p = a(1 - e) = 0.59 \text{ а. е.}$$

$$r_a = a(1 + e) = 35 \text{ а. е.}$$

- (d) Вычислите скорость кометы на конце малой полуоси ее орбиты. Скорость равна круговой для радиуса, равного большой полуоси.

$$v_b = \frac{2\pi a}{T} \simeq 7.0 \text{ км/с.}$$

- (e) Во сколько раз кинетическая энергия кометы в перигелии больше, чем в афелии?

Второй закон Кеплера:

$$v_p r_p = v_a r_a \implies \frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p}.$$

Тогда

$$\frac{K_p}{K_a} = \frac{v_p^2}{v_a^2} = \left( \frac{r_a}{r_p} \right)^2 = \left( \frac{1+e}{1-e} \right)^2 \simeq 3600.$$

Постоянная всемирного тяготения  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}$ . Астрономическая единица  $1 \text{ а. е.} = 1.496 \times 10^{11} \text{ м}$ . Тропический год  $= 365.24$  солнечных суток.

## Звездное небо (20 баллов)

Не более 10 баллов за все созвездия и не более 10 баллов за яркие звезды. Более детальная схема составляется жюри.

На выданной Вам карте звездного неба подпишите названия созвездий (каждое название должно находиться внутри границы соответствующего созвездия) и обозначьте греческими буквами яркие звезды.

Карта с ответами прилагается.

Всего за олимпиаду: 70 баллов.