

SHORT PROBLEMS

1. В системе Gliese 876 ($M_G = 0.33 \pm 0.03 M_\odot$) наблюдаются следующие экзопланеты:

Система Gliese	Масса	Большая полуось (а.е.)
Gliese 876 b	$2.276 M_J$	0.2083
Gliese 876 c	$0.714 M_J$	0.1296
Gliese 876 d	$6.8 M_\oplus$	0.0208
Gliese 876 e	$15 M_\oplus$	0.334

M_\odot – масса Солнца, M_J – масса Юпитера ($M_J = 1.89813 \times 10^{27} \text{ kg}$), M_\oplus – масса Земли.

Считайте, что все планеты обращаются вокруг звезды в одном направлении. Будем считать, что две планеты находятся в резонансе, когда один синодический период одной планеты кратен целому числу орбитальных периодов другой планеты. Определите, какие планеты в системе имеют резонансные орбиты и кратность резонанса.

2. Спутник некой планеты имеет орбитальный период 7 дней, 3 часа, 43 минуты, а большая полуось его орбиты в 15.3 раз больше среднего радиуса планеты. Орбитальный период Луны составляет 27 дней, 7 часов, 43 минуты, большая полуось её орбиты в 60.3 раза больше среднего радиуса Земли. Считайте, что в обоих случаях масса спутника пренебрежимо мала по сравнению с массой планеты. Посчитайте отношение средней плотности планеты к плотности Земли.
3. 27 мая 2015 года в 02:18:49 Боробудур попал в центр полосы покрытия звезды HIP 89931 астероидом 1285 Julietta. Продолжительность покрытия составила 6.201 секунд. Считайте, что орбита Земли круговая, астероид вращается в плоскости эклиптики в том же направлении, что и Земля. Во время покрытия астероид находится в афелии своей орбиты, а расстояние до Солнца и Земли составляет 3.076 а.е. и 2.156 а.е. соответственно. Оцените диаметр астероида Julietta, если большая полуось его орбиты равна $a = 2.9914$ а.е.
4. Пусть наблюдатель с помощью гипотетического телескопа размером с Землю, работающего в дальнем ИК (длина волны от 20 to 640 микрометра) открыл неподвижную, незаряженную

- сверхмассивную чёрную дыру массой $2.1 \times 10^{10} M_{\odot}$. Определите максимальное расстояние, при котором эту чёрную дыру можно разрешить с помощью данного инструмента.
5. Наблюдатель пытается определить примерное значение эксцентриситета искусственного спутника. В апогее спутник переместился на $\Delta\theta_1 = 2'44''$ за короткое время. Когда радиус-вектор, соединяющий Землю и спутник, стал перпендикулярен большой полуоси (истинная аномалия равна 90°) за тоже время спутник переместился на $\Delta\theta_2 = 21'17''$. Наблюдатель находится в центре Земли. Давайте ему посочувствуем и найдём эксцентриситет орбиты спутника.
 6. В начале любого сеанса наблюдений радиотелескоп калибруют по точечному источнику, плотность потока излучения которого за пределами земной атмосферы известна и равна 21.86 Ян. Однако, в некоторую дату измеренная плотность потока излучения калибровочного источника составила 14.27 Ян. Оцените оптическую толщину атмосферы в зените τ_z , если калибровочный источник находился на высоте 35 градусов.
 7. Предположим, что некоторая галактика, находящаяся на краю скопления галактик с радиусом 10 Мпк, может вылететь из скопления, если она имеет скорость не меньше 700 км/с относительно центра скопления. Вычислите плотность скопления.
 8. От некоторого небесного объекта в континууме был зафиксирован сильный радиосигнал в виде очень короткой вспышки продолжительностью 700 микросекунд. Наблюдаемая плотность потока излучения на частоте 1660 МГц составила 0.35 кЯн. Оцените яркостную температуру источника, если расстояние до него составляет 2.3 кпк.
 9. Предположим, что Солнце является абсолютно чёрным телом. Пусть Венера также является абсолютно чёрным телом с температурой T_V и находится в термодинамическом равновесии (т.е. она излучает столько же энергии, сколько получает от Солнца). Венера находится на расстоянии 0.72 а.е. от Солнца и при наибольшем сближении с Землёй её угловой диаметр составляет 66 угловых секунд. Какова плотность потока излучения Венеры на частоте 5 ГГц, если её наблюдают в радиотелескоп в момент наибольшего сближения с Землёй?

10. Облако молекулярного водорода имеет температуру $T = 115$ К. Атомы водорода имеют форму шара с радиусом $r_H = 0.37 \times 10^{-10}$ м, расстояние между центрами атомов составляет $d_{H_2} = 0.74 \times 10^{-10}$ м. Предполагая, что молекулы находятся в термодинамическом равновесии, оцените частоту излучения за счёт возбуждения вращательных уровней энергии.
11. Плотность некоторого объекта обратно пропорциональна расстоянию от центра с коэффициентом $\alpha = 5.0 \times 10^{13}$ кг/м². Вычислите полную массу объекта, если его вторая космическая скорость на поверхности $v_0 = 1.5 \times 10^4$ м/с.
12. Протон с кинетической энергией 1 ГэВ улетает с поверхности Солнца в направлении Земли. Пренебрегая магнитным полем Солнца, рассчитайте время в пути протона для наблюдателя на Земле.
13. Период вращения Ио синхронизован с его орбитальным периодом. Предположим, что вулканическая активность есть результат приливного нагрева, главным образом, от Юпитера. Также предположим, что результирующая приливная сила, действующая на тело, - это разница в силе гравитации на ближней и дальней точках. Измерения искажений поверхности Ио с помощью спутника - радиолокационного высотомера показывают, что поверхность поднимается и опускается на 100 метров за половину орбиты. Предположим, что только поверхностные слои перемещаются на такое расстояние. Слои внутри Ио будут двигаться на меньшую величину, предположим, что в среднем вся масса Ио перемещается на 50 метров. Пусть Ио состоит из двух полушарий – точечных масс. Рассчитайте среднюю мощность приливного разогрева Ио..

Подсказка: вы можете использовать приближение $(1+x)^n \approx 1+nx$ для малых x .

Масса Ио $m_{Io} = 8.931938 \times 10^{22}$ кг

Расстояние в перигентре: $r_{peri} = 420000$ км

Расстояние в апоцентре: $r_{apo} = 423400$ км

Орбитальный период Ио: 152853 с

Радиус Ио $R_{\text{Io}} = 1821.6$ км.

- 14.** Предположим, что мы живем в неподвижной и бесконечно большой вселенной, где средняя плотность звезд $n = 10^9 \text{ Мpc}^{-3}$, а средний радиус звезды равен радиусу Солнца. Предположим также, что евклидова геометрия справедлива для этой вселенной. Как далеко, в среднем, мы могли бы видеть в любом направлении, прежде чем наш луч зрения наткнется на звезду? Выразите свой ответ в Мпк.
- 15.** Самолет летит из г. Лимы, столицы Перу ($12^\circ 2'$ ю.ш. и $77^\circ 1'$ з.д.) в г. Джокьякарту ($7^\circ 47'$ ю.ш. и $110^\circ 26'$ в.д.), расположенного недалеко от места проведения 9-го IOAA. Самолет летит по кратчайшему пути из Лимы в Джокьякарта. Найти широту наиболее южной точки траектории полета.