

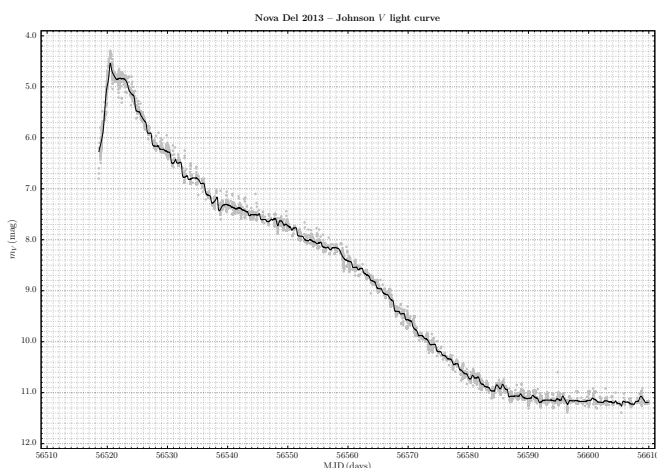
## 1. Фотометрия и спектроскопия Новой Дельфина 2013

60 баллов

Классическая новая V339 Del, открытая японцем Коити Итагаки 14.08.2013 в 14:01 UT (MJD 56518.584), имела в тот момент видимую звёздную величину 6.8<sup>m</sup> и сразу начала испытывать к себе значительный профессиональный и любительский интерес.

Менее чем через 10 часов после сообщения об открытии, с наступлением ночи, венгерские астрономы получили первый спектр новой на эшелённом спектрографе, установленном на 1-метровом телескопе в некоторой местной обсерватории.

Для решения задачи необходимо произвести аккуратные измерения на выданных графиках (листах формата A3). Ниже приводятся их миниатюры:



**Рис. 1.1:** Кривая блеска новой в полосе V  
**Fig. 1.1:** Nova Del 2013 – Johnson V light curve

На рис. 1.1 показана кривая блеска новой по данным AAVSO. Данные измерений (38 тысяч серых точек) сглажены гауссовым фильтром с окном 0.5 суток (чёрная кривая). По оси абсцисс отложены модифицированные юлианские даты (MJ-даты, MJD = JD – 2400000.5), по оси ординат – видимая звёздная величина новой, в полосе V.

Темп убывания блеска описывается промежутками времени после максимума, за которые блеск уменьшается на 2<sup>m</sup> и 3<sup>m</sup>, — соответственно  $t_2$  и  $t_3$  [в сутках]. Существует несколько эмпирических выражений, связывающих абсолютную звёздную величину  $M_0$  в полосе V в максимуме новой и времена  $t_2$ ,  $t_3$ :

$$(A) \quad M_0 = -7.92 - 0.81 \arctan \frac{1.32 - \log_{10} t_2}{0.23}$$

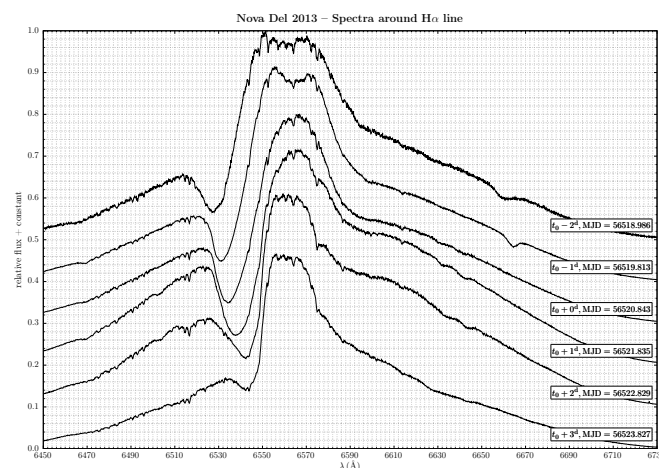
$$(B) \quad M_0 = -11.32 + 2.55 \log_{10} t_2$$

$$(C) \quad M_0 = -11.99 + 2.54 \log_{10} t_3$$

Classical nova V339 Del (Nova Delphini 2013) was discovered by Koichi Itagaki at 6.8 magnitude on 14 August 2013 at 14:01 UT (MJD = 56518.584). Both professional and amateur astronomers analysed the photometry and spectroscopy of the nova.

Less than 10 hours after the alert, when the night falls at the Piskéstető Mountain Station of the Konkoly Observatory of the Hungarian Academy of Sciences, Hungarian astronomers took the first spectrum data of the nova using the Echelle spectrograph in the Gothard Astrophysical Observatory of Loránd Eötvös University attached to the 1 meter telescope of the Konkoly Observatory.

Refer to Fig 1.1 and Fig 1.2 to complete the questions. The larger versions of Fig 1.1 and Fig 1.2 are found on separate A3 papers.



**Рис. 1.2:** Спектр новой вблизи линии H $\alpha$   
**Fig. 1.2:** Nova Del 2013 – Spectra around H $\alpha$  line

Fig. 1.1 shows the visual light curve of the nova based on the data downloaded from the website of AAVSO (American Association of Variable Star Observers). On the horizontal and vertical axes, the Modified Julian Date (MJD = JD – 2400000.5) of the observations and the Johnson V magnitudes are plotted, respectively. The grey circles (about 38000 data points) represent the measured values, while the continuous black line is the result of smoothing the data with a Gaussian filter (Full Width at Half Maximum = 0.5 day) to define an “average” light curve from the data points.

The rate of decline can be characterized by the values  $t_2$  and  $t_3$ , which show the time interval in days in which a nova fades from its maximum brightness by 2 and 3 magnitudes.

A few empirical formulae between the peak of the absolute magnitude in the V band ( $M_0$ ) and  $t_2$ ,  $t_3$  values can be found in the following literature:

(Della Valle, M. & Livio, M.: 1995, ApJ 452, 704)

(Downes, R. A. & Durbeck, H. W.: 2000, AJ 120, 2007)

(Downes, R. A. & Durbeck, H. W.: 2000, AJ 120, 2007)

Избыток цвета Новой Дельфина<sup>1</sup>

The  $E(B - V)$  color excess of Nova Del 2013 is:<sup>1</sup>

$$E(B - V) = 0.184 \pm 0.035.$$

На рис. 1.2 изображён участок спектра этой новой в окрестности линии  $H\alpha$ . Измерения проводились в течение 6 последовательных ночей до и после максимума  $t_0$ . Модифицированные юлианские даты (MJD), соответствующие каждой из кривых, приводятся справа от них.

Наблюдаемая линия  $H\alpha$  демонстрирует профиль типа P Cygni с широкими «крыльями», который типичен не только для новых и является надёжным признаком значительного движения исторгнутой звездой материи.

Такой профиль линии состоит из мощного широкого эмиссионного пика, центр которого приходится на  $\lambda_0 = 6562.82 \text{ \AA}$ , и обусловленной поглощением компоненты, претерпевшей синее смещение.

Скорость (лучевая)  $v_r$  расширения оболочки может быть определена по длине волны  $\lambda$ , отвечающей пику поглощения, исходя из доплеровского смещения:  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ .

Считайте, что поглощение в линии  $H\alpha$  происходит во внешней части сферической расширяющейся оболочки, и размер последней на момент получения первого спектра пренебрежимо мал по сравнению с конечным размером.

(a) Измерьте дату MJD<sub>0</sub>, в которую новая достигла максимальной яркости, и соответствующую этому моменту видимую звёздную величину. Погрешность последней полагайте равной 0.05<sup>m</sup>.

(b) Определите MJ-даты, в которые новая потускнела на 2<sup>m</sup> и на 3<sup>m</sup> от максимальной яркости. Вычислите  $t_2$  и  $t_3$ .

(c) Используя полученные значения  $t_2$  и  $t_3$ , вычислите абсолютную звёздную величину новой в максимуме, используя каждое из трёх эмпирических соотношений, приведённых выше. Усредните результаты ( $M_0$ ), вычислите их среднеквадратичное отклонение в качестве погрешности. Формула для среднеквадратичного отклонения:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}.$$

(d) Используя заданную выше величину  $E(B - V)$ , определите величину межзвёздного поглощения  $A_V$  и её погрешность, считая, что коэффициент  $R_V = 3.1$  в точности.

Fig 1.2 shows the nova spectra taken in the wavelength region around the  $H\alpha$  line on six consecutive nights before and after the time of the maximum brightness ( $t_0$ ). The individual spectra have been shifted vertically for clarity. The Modified Julian Dates (MJD) of the observations are listed on the right hand side of each spectrum slice.

The  $H\alpha$  line shows the so-called P Cygni profile with very broad wings, which is typical not of novae only, but is present in almost all spectral types and is a reliable sign of a massive radial motion of matter ejected from the star.

The P Cygni profile is composed of a strong, broad emission peak which is considered to be centered at the rest wavelength in air  $\lambda_0$  of the line — for  $H\alpha$   $\lambda_0 = 6562.82 \text{ \AA}$  — and a usually weaker, blueshifted absorption component.

The expansion (radial) velocity of the shell can be approximated from the measured wavelength  $\lambda$  of the absorption peak using the well known Doppler formula connecting the displacement  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ , the radial velocity  $v_r$ , and  $c$ , the speed of light.

Assume that the  $H\alpha$  line showing P Cygni profile is excited in the outermost part of the spherically expanding shell, and its extent at the moment of taking the first spectrum was still negligible.

[3] From Fig. 1.1, estimate the Modified Julian Date of the peak magnitude (MJD<sub>0</sub>) and the value of the peak magnitude itself. Consider the error of this brightness value to be 0.05<sup>m</sup>.

[6] Estimate the Modified Julian Dates based on the time interval (days) in which the nova has faded by 2 and 3 magnitudes, then calculate  $t_2$  and  $t_3$  values.

[5] With reference to  $t_2$  and  $t_3$  from (b), determine the peak absolute magnitude of the nova using all three empirical formulae listed earlier, calculate their mean ( $M_0$ ) and their standard deviation, and consider this latter as the uncertainty of  $M_0$ . The formula for standard deviation:

[4] Using the value of the color excess  $E(B - V)$ , determine the interstellar extinction  $A_V$  and its uncertainty in the direction of the nova. Use  $R_V = 3.1$ , without error.

<sup>1</sup>Chochol, D. et al.: 2014, Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso 43, 330

- (e) Найдите расстояние до новой и его погрешность [в килопарсеках]. 11 Estimate the distance to the nova and its uncertainty. Give the result in kpc.
- (f) Измерьте длины волн, соответствующие центрам пиков поглощения, для каждой из спектральных кривых. Рассчитайте соответствующие лучевые скорости оболочки. Оценка погрешностей не требуется. 14 Measure the central wavelengths of the P Cygni absorption features plotted in Fig. 1.2 (refer to magnified version), and calculate the corresponding radial velocities. No error estimation is needed.
- (g) Постройте график зависимости лучевой скорости от МJ-даты наблюдения. 6 Plot these radial velocities against the Modified Julian Dates of the observations.
- (h) Используя построенный график, оцените линейный радиус оболочки на момент последнего наблюдения, через 5 дней после открытия [в а. е.]. 7 From the graph in (g), estimate the physical radius of the envelope at the end of the time interval. Give the answer in astronomical units (au).
- (i) По рассчитанному расстоянию до данной новой и линейному радиусу сферической оболочки в конце наблюдений, вычислите видимый угловой размер последней. 4 Knowing the distance to the nova and the physical radius of the spherical envelope 5 days after the discovery, estimate the apparent angular diameter of the envelope then.

## 2. Тройное затмение в тройной звёздной системе

90 баллов

Уточнение характера переменности HD 181068 стало одним из примечательных результатов 4-летнего обзора телескопа Кеплер. В ходе миссии обнаружили ослабления блеска этого источника примерно на  $0.003^m - 0.004^m$  звёздной величины каждые 0.453 суток, причём амплитуды «чётных» потемнений были чуть больше, чем «нечётных». Также было зарегистрировано регулярное уменьшение яркости на  $0.007^m$  с периодом 22.7 суток.

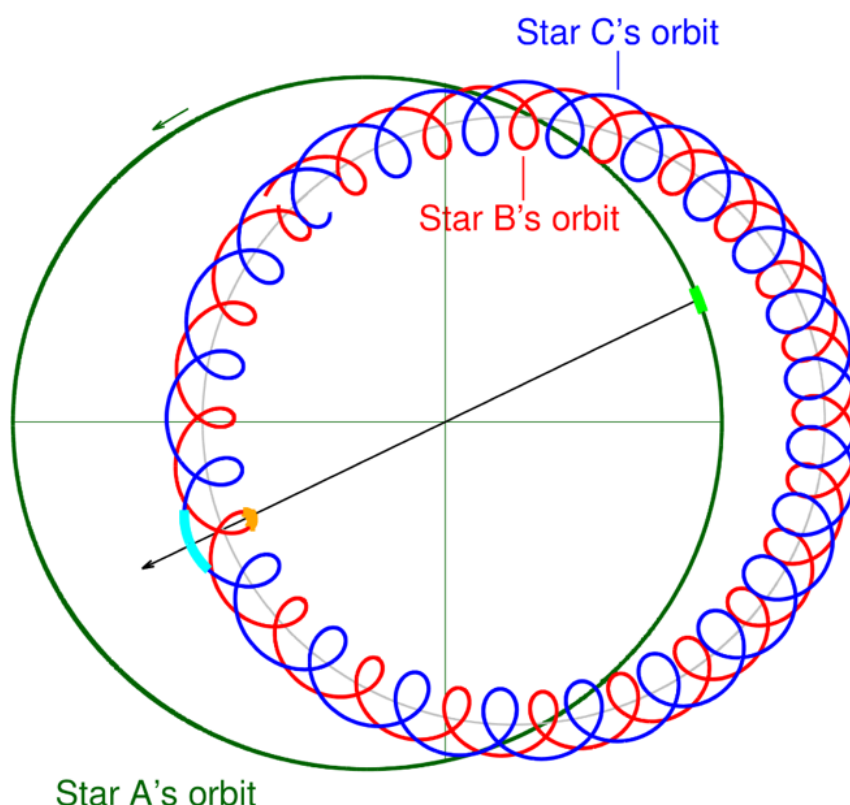
Объяснение этому явлению дали венгерские астрономы, в их числе оказался и председатель академикомитета олимпиады. HD 181068 — это компактная иерархическая тройная звёздная система, которая наблюдается почти «с ребра».

Эта система состоит из трёх звёзд: A, B и C. Две из них (B и C) образуют внутреннюю, тесную двойную систему; внешний компонент A обращается на расстоянии от BC, на порядок превышающем размер внутренней подсистемы. Такое движение изображено на рис. 2.1.

HD 181068 was one of the brightest targets which was continuously observed during the almost 4-year-long primary mission of NASA's exoplanet-hunter Kepler space telescope. The spacecraft observed  $\approx 3 - 4 \times 10^{-3}$  magnitude dimmings every 0.453 days. (Note: The even dimmings were slightly smaller amplitude than the odd ones.) Furthermore, additional 0.007 magnitude, 2.3-day-long dimmings were detected every 22.7 days.

The correct explanation of this very unusual photometric behaviour was given by Hungarian astronomers. They found that HD 181068 is a compact hierarchical triple stellar system seen almost edge-on.

Hierarchical triple star systems consist of three stars; A, B, and C. Two of these stars (B and C) form an inner or close stellar binary system, whilst the outer component (star A) orbits at a distance from the inner system significantly larger (usually orders of magnitude) than the semi-major axis of the inner system. The schematic view of an example of a triple star system is illustrated in Fig. 2.1.



**Рис. 2.1:** Схематический вид гипотетической иерархической тройной звёздной системы. Плоскость орбит звёзд совпадает с плоскостью листа. Чёрная стрелка направлена к Земле. Жирные сегменты орбит соответствуют дугам орбит звёзд в течение «внешнего» затмения.

**Fig. 2.1:** The schematic pole-on view of a hypothetical hierarchical triple stellar system. The black arrow is directed towards the Earth. The thick segments of the three orbits represent the stars' orbital arcs during an outer eclipse.

Движение описанной звёздной системы хорошо описывается двумя кеплеровыми движениями:

- (1) звёзд в тесной двойной подсистеме;
- (2) центра масс этой подсистемы и внешней звезды.

В рамках данной задачи звёзды В и С образуют двойную систему с периодом  $P_1 = 0.9056768^d$ , которая, в свою очередь, обращается вокруг общего со звездой А центра масс с периодом  $P_2 = 45.4711^d$ . Поскольку земные наблюдатели находятся практически в плоскости орбит этой системы, в процессе движения звёзды В и С затмевают не только друг друга: наблюдаются «дополнительные» затемнения — звезды А, а через половину периода — звездой А.

### і. Определение линейных размеров звёзд и других их параметров из геометрии затмений

В этой части будем предполагать следующее: орбиты «внутренней» и «внешней» подсистем круговые, плоскости этих орбит совпадают и лежат на луче зрения, так что система наблюдается с ребра в точности. Дополнительные затемнения являются по существу центральными затмениями (полными либо кольцеобразными) и описываются 4 моментами контакта. Несмотря на некоторое усложнение по сравнению с обычными случаями двойной затменно-переменной или системы звезда – экзопланета, исследовательская группа смогла однозначно определить моменты каждого из контактов и то, какой из компонентов «внутренней» двойной подсистемы участвует в контакте. (Вторым контактирующим телом является, естественно, звезда А.)

В таблице ниже приводятся моменты некоторых контактов различных «внешних» затмений, зарегистрированных телескопом Кеплер. Время выражается в барицентрических юлианских днях (BJD).

Mathematically, the motion of a hierarchical triple system can be well approximated with two unperturbed Keplerian two-body motions; (1) Keplerian motion of the inner binary. (2) The centre of mass of this close binary and the third star revolves on a second Keplerian orbit, “outer binary”.

In this problem, stars B and C form a  $P_1 = 0.9056768$ -day-period eclipsing binary, while the centre of mass of these stars with star A forms the  $P_2 = 45.4711$ -day-period outer binary. As the orbital plane of this outer orbit is seen almost edge-on from the Kepler spacecraft (and from the Earth), during their revolution on the outer orbit, stars B and C eclipse not only each other, but also star A or, a half outer revolution later are eclipsed by it, causing the extra dimmings.

These assumptions are used throughout this section: (1) both the inner and outer orbits are exactly circular, (2) the orbital planes of the inner and outer orbits are identical, and (3) this plane is seen exactly edge-on (i.e.  $i_1 = i_2 = 90^\circ$  and  $i_{rel} = 0^\circ$ ). Let's consider the extra dimmings, which are central eclipses (i.e. either occultations or transits— annular eclipses), therefore, these events have four contacts. In the case of an ordinary eclipsing binary (or of a transiting exoplanet) at the times of the outer contacts the sky-projected disks of the two objects connect with each other at one point from outside, while at the inner contacts they approach each other from inside. While this last statement is also valid for outer eclipses, the situation becomes more complex, because instead of two, three stars are involved into the eclipses. However, despite this fact, we can certainly define the times of each contact from the light curve, and furthermore, we can also decide explicitly which member of the inner binary is involved in a given contact. (The other member, of course, is always star A.)

In the table below, the accurate times of some contacts of different eclipses observed by the Kepler spacecraft, the contact types and the stars are documented. Time is expressed in barycentric Julian Days (BJD).

№ события Event No.	Контакт Contact	Звёзды Stars	BJD	$\varphi_1$	$\varphi_2$
1	I	A, B	2455476.1096		
	II	A, C	2455476.4245		
	III	A, B	2455477.9677		
	IV	A, B	2455478.4722		
2	I	A, B	2455521.5217		
3	III	A, C	2455568.9434		
4	I	A, C	2455612.4733		
	III	A, C	2455614.3571		
5	III	A, B	2455659.9241		
	IV	A, C	2455660.2422		

(a) Известно, что моменты времени  $T_{01} = 2455051.2361$  и  $T_{02} = 2455522.7318$  отвечают двум нижним соединениям соответственно «внутренней» и «внешней» двойных подсистем (то есть моментам, когда для земного наблюдателя звезда С затмевает звезду В, и когда звезда А затмевает центр масс системы ВС. Введём

$$\varphi_1(t) = \left\{ \frac{t - T_{01}}{P_1} \right\}, \quad \varphi_2(t) = \left\{ \frac{t - T_{02}}{P_2} \right\},$$

фотометрические фазы «внутренней» и «внешней» подсистем. Здесь  $\{x\}$  означает взятие дробной части вещественного числа  $x$ ; если  $\{x\} < 0$ , замените его на  $\{x\} + 1$ . Вычислите фазы контактов из приведённой выше таблицы с точностью 4 значащих цифры. **Просто заполните таблицу на листе ответов.**

(b) Для каждого затмения определите, что ближе к наблюдателю: звезда А или тесная двойная ВС. **Просто заполните таблицу на листе ответов.**

(c) Используя таблицу выше, найдите:

- (1) отношение радиуса каждой из звёзд к большой полуоси «внешней» орбиты ( $R_{A,B,C}/a_2$ );
- (2) отношение больших полуосей двух орбит ( $a_1/a_2$ );
- (3) отношение масс звёзд В и С ( $q_1 = m_C/m_B$ ).

*Подсказка:* производите вычисления с точностью не менее 4 значащих цифр. Возможно, что не все теоретически возможные комбинации контактов подойдут при имеющейся точности исходных данных.

(d) Вычислите отношение масс компонентов «внешней» подсистемы  $q_2 = m_{BC}/m_A$ .

10 Given that  $T_{01} = 2455051.2361$  and  $T_{02} = 2455522.7318$  denote the time of an inferior conjunction of the inner and outer binaries respectively (i.e. that time, when, from the perspective of the observer, star C eclipses star B, and when star A eclipses the centre of mass of stars B and C.) Define

as the photometric phases of the inner and outer binaries respectively.  $\{x\}$  denotes the decimal part of the real number  $x$ . If  $\{x\} < 0$ , use  $\{x\} + 1$  instead. Calculate the phases for the times of the tabulated contact events and **write the answers in the appropriate columns of the table on the answer sheet.** Round your answers to four decimal places.

5 Determine, whether star A, or the close binary (i.e. stars B and C) were closer to the observer during each eclipsing event. **Write your answer in the table on the answer sheet.**

30 Using the table above, calculate (1) the dimensionless radius of each star relative to the semi-major axis of the outer orbit ( $R_{A,B,C}/a_2$ ), (2) the ratio of the semi-major axes of the two orbits ( $a_1/a_2$ ) and (3) the mass ratio of stars B and C ( $q_1 = m_C/m_B$ ). *Hint:* Use at least four decimal place accuracy in your calculations. Be cautious, it may not be possible to use all theoretically possible contact combinations with a given limited accuracy of time data.

8 Based on the results obtained above, calculate the outer mass ratio ( $q_2 = m_{BC}/m_A$ ).

## ii. Определение масс звёзд по лучевым скоростям и вариациям периодичности наступления затмений

Для измерения лучевых скоростей компонентов системы проводились вспомогательные наземные спектроскопические наблюдения на 4 различных инструментах, причём только для звезды А такие наблюдения оказались вполне успешными. Зависимость её лучевой скорости от времени аппроксимируется выражением

$$V_{\text{rad}, A} = V_\gamma + K_A \sin \varphi_{\text{RV}},$$

где  $V_\gamma$  — систематическая скорость,  $K_A$  — амплитуда колебаний скорости.

To obtain RV data, ground-based spectroscopic follow up observations were carried out with four different instruments. Only the lines of star A were detectable in all spectra. Plotting all the measurements against time, the RV curve was nicely fitted in the following form:

where  $V_\gamma$  is the systemic velocity and  $K_A$  is the velocity amplitude:

$$V_\gamma = 6.993 \pm 0.011 \text{ km/s},$$

$$K_A = 37.195 \pm 0.053 \text{ km/s},$$

$$P_2 = 45.4711^{\text{d}} \pm 0.0002^{\text{d}},$$

$$\varphi_{\text{RV}} = \frac{2\pi}{P_2} [t - (2455522.7318 \pm 0.0095)].$$

Кроме того, исследователи определили моменты середин затмений во «внутренней» подсистеме (звёзд В и С) и обнаружили, что момент наступления  $N$ -го минимума выражается как

$$T_N = T_0 + P_1 N + A_{\text{ETV}} \sin\left(\frac{2\pi}{P_2} P_1 N + \varphi_0\right),$$

где

$$T_0 = 2455051.23607_{\text{BJD}} \pm (5 \cdot 10^{-5}),$$

$$A_{\text{ETV}} = 0.001446^{\text{d}} \pm 0.000110^{\text{d}},$$

В последнем соотношении  $A_{\text{ETV}}$  — амплитуда вариации периодичности наступления затмений;  $T_0$  — время наступления «нулевого» главного минимума;  $N$  — номер минимума, целый для главных минимумов (когда чуть более тусклая звезда С затмевает звезду В) и полуцелый для вторичных минимумов (когда, напротив, В затмевает С).

Найдите:

- (1) отношение масс компонентов «внешней» подсистемы  $q_2 = m_{\text{BC}}/m_{\text{A}}$ , используя только указанные в этой части задачи данные;
- (2) массу  $m_{\text{A}}$  звезды А;
- (3) массу  $m_{\text{BC}}$  «внутренней» подсистемы ВС.

Не забудьте определить погрешности результатов.

*Подсказка:* рекомендуется выражать массы в солнечных массах, радиусы и расстояния — в радиусах Солнца или астрономических единицах.

**iii.** Найдите массы звёзд В и С по отдельности и рассчитайте радиусы каждой из трёх звёзд.

Furthermore, the researchers determined the mid-times of the regular eclipses of the close binary (formed by stars B and C), and found that the occurrence of for example the eclipsing minima belonging to the  $N^{\text{th}}$  orbital revolution can be described by the simple expression:

where

$$P_1 = 0.9056768^{\text{d}} \pm (3 \cdot 10^{-7})^{\text{d}},$$

$$\varphi_0 = -0.76779 \pm 0.01937 \text{ rad}.$$

In this expression  $A_{\text{ETV}}$  is the amplitude of the eclipse timing variation,  $T_0$  denotes the mid-eclipse time of the reference (zeroth) primary eclipse, and  $N$  is the cycle number, which is an integer for primary eclipses (i.e. when the slightly fainter star C eclipses star B), and half-integer for secondary ones (i.e. when star B eclipses star C).

22

Determine (1) again the mass ratio ( $q_2 = m_{\text{BC}}/m_{\text{A}}$ ) of the centre of mass of the inner binary and star A using only the results obtained in point *ii*, (2) the mass of component A ( $m_{\text{A}}$ ) and (3) the total mass of the inner, close binary ( $m_{\text{BC}}$ ). Calculate the errors for (1), (2), and (3) in masses. *Hint:* You can save much time by expressing the masses in solar mass and the orbital separations either in solar radius or au.

15

Using results obtained in questions *i* and *ii*, determine the masses of stars B and C respectively and calculate the physical dimensions of all three stars (i.e. stellar radii in physical units).