

★ Белорусские астрономические олимпиады ★

Задания для заключительного этапа
XVI Республиканской олимпиады по астрономии
29 марта — 2 апреля 2010 года

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

30 марта 2010 года



КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

1. Учитывая изменение со временем масштабного фактора $a(t)$, определите расстояние в световых годах, которое фотон может пройти от момента Большого Взрыва до настоящего момента. Возраст Вселенной T составляет 13.7 млрд. лет, среднее за данный период значение величины обратной масштабному фактору $\langle 1/a(t) \rangle = 3.4$.
Подсказка: Масштабный фактор — безразмерная величина, характеризующая увеличение расстояний во Вселенной вследствие ее космологического расширения, например $a(t_2)/a(t_1) = 2$ показывает, что с момента t_1 по момент t_2 все собственные расстояния между объектами выросли в два раза. В настоящее время будем считать $a(T) = 1$, в начальный момент $a(0) = 0$.
2. Наблюдатели каких географических широт могут видеть на небе звезду Канопус (без учета рефракции), склонение которой $\delta = -52^\circ 42'$?
3. Каковы будут показания часов жителя Буэнос Айреса (-3 -й часовой пояс) 26 мая 2010 года, если на Ваших часах в Минске в этот день 14:30?
4. 30 марта 2010 года в начале данного тура олимпиады (9:00 по минскому летнему времени) склонение Солнца $\delta_\odot = +3^\circ 43'$. Пренебрегая угловыми размерами Солнца и уравнением времени, вычислите координаты точки на поверхности Земли, где в данный момент времени оно будет наблюдаться в зените.
5. Пренебрегая угловыми размерами Солнца, рефракцией, неравномерностью истинных солнечных суток и считая Землю шаром, определите географическую широту в северном полушарии, на которой 30 марта 2010 года продолжительность дня является самой короткой.
6. Какая доля начальной массы звезды должна быть сброшена в пространство после стадии красного гиганта, чтобы орбиты тел в планетной системе остались замкнутыми? Начальные орбиты тел считайте круговыми.
7. Чему равен радиус кривизны параболической орбиты кометы в перигелии на расстоянии 1 а. е. от Солнца?
8. Вычислите значение фазы Луны через 17 дней после новолуния, считая, что ее движение происходит с постоянной угловой скоростью.
9. Экваториальные координаты звезд двойной звездной системы ϵ Лиры составляют: $\alpha_1 = 18^h 44^m 41^s$, $\delta_1 = +39^\circ 40' 52''$ и $\alpha_2 = 18^h 44^m 43^s$, $\delta_2 = +39^\circ 37' 26''$. Вычислите угловое расстояние между компонентами в угловых секундах.
10. Галактики, находящиеся в противоположных точках небесной сферы, имеют красные смещения $z_1 = 0.50$ и $z_2 = 0.60$. Чему равна относительная скорость их удаления в единицах скорости света?

11. Докажите, что при слиянии двух черных дыр сумма площадей их горизонтов событий не превышает площадь горизонта событий получившейся черной дыры.
12. С какой скоростью (в атомах на кубический парсек в секунду) должен в расширяющейся Вселенной появляться водород, чтобы ее средняя плотность ($\rho = 1 \times 10^{-28} \text{ кг/м}^3$) оставалась неизменной?

ГАЛО ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

Наблюдения и результаты компьютерного моделирования показали, что плотность темной материи в гало галактик описывается степенной функцией расстояния r до центра галактики. Пусть в некоторой галактике профиль плотности темной материи имеет вид:

$$\rho(r) = \frac{A}{r/r_s},$$

где r_s — некоторый характерный радиус, A — постоянная величина.

- (a) Кратко (одним предложением) объясните физический смысл величины A .
- (b) Найдите массу темной материи внутри радиуса R .
- (c) Для оценки «края» гало в астрофизике используют понятие вириального радиуса, т. е. радиуса, внутри которого гало остается гравитационно связанной системой. В качестве такой величины часто выбирают r_{200} — расстояние от центра галактики, на котором плотность темной материи превышает критическую плотность Вселенной в 200 раз. Найдите величину r_{200} , выразив ее через параметр Хаббла H , гравитационную постоянную G и величины A и r_s .
- (d) Рассчитайте величину r_{200} (в кпк) для галактики с массой темной материи $M = 10^{12} M_\odot$ внутри данного радиуса.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Параметр	Значение
Скорость света в вакууме	2.9979×10^8 м/с
Постоянная всемирного тяготения	6.6743×10^{-11} м ³ ·кг ⁻¹ ·с ⁻²
Постоянная Планка h	6.6261×10^{-34} Дж·с
Постоянная Больцмана	1.380662×10^{-23} Дж/К
Масса покоя протона	1.67265×10^{-27} кг.
Масса покоя электрона	9.10953×10^{-31} кг.
Параметр Хаббла	70.5 км/(с·Мпк)
Постоянная Стефана – Больцмана	5.67×10^{-8} Вт · м ⁻² · К ⁻⁴
Масса Солнца	1.989×10^{30} кг
Радиус Солнца	6.9599×10^8 м
Масса Земли	5.974×10^{24} кг
Средний радиус Земли	6.371×10^6 м
Астрономическая единица	1.496×10^{11} м
Парсек	2.06265×10^5 а. е.
Сидерический год	365.26 ср. солнечных суток
Тропический год	365.24 ср. солнечных суток
Сидерический период обращения Луны	27.3 суток
Синодический период обращения Луны	29.5 суток