

★ Белорусские астрономические олимпиады ★

**Задания для заключительного этапа
XVII Республиканской олимпиады по астрономии**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

22 марта 2011 года



*When you rely on a sat nav, you don't notice
that the sun is in the wrong place in the sky...*
J. Clarkson (TopGear, BBC2)

1. КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

- 1.1 Вы отправились на собственной яхте в путешествие по Карибскому морю и однажды, после хорошего времяпрепровождения, совсем забыли, где находитесь. Наступила ночь. Вы заметили очень яркую звезду низко над горизонтом на юге. По карте Вы смогли определить, что это — Канопус (его склонение $\simeq -53^\circ$). Измерения с помощью простого угломерного инструмента (транспортира) показали, что высота звезды составляет 20° . Чему равна Ваша широта?
- 1.2 В каком году впервые православное Рождество будет праздноваться 29 февраля по григорианскому календарю?
- 1.3 Докажите, что угол Меркурий — Солнце — Венера может быть тупым. Используя это, покажите, что из наблюдений можно сделать вывод о невозможности геоцентрической системы мира. Считайте, что все планеты вращаются по круговым орбитам в одной плоскости.
- 1.4 Вы перенеслись на далекую планету, сидерический период обращения которой вокруг своей звезды равен 25 земным суткам, а вращения вокруг оси (в той же плоскости) — 50 земным суткам, при этом направления вращений — противоположны друг другу. Определите длительность солнечных суток на планете.
- 1.5 Средняя плотность Земли составляет 5.5 г/см^3 . Характерная плотность скальных пород равна 3.0 г/см^3 . Определите размер ядра Земли в долях ее радиуса. Предположите, что внутри планета состоит из двух однородных областей: ядра, с плотностью, равной плотности железа 7.9 г/см^3 , и внешней оболочки, с плотностью, равной плотности скальных пород.
- 1.6 Вычислите наибольшее значение истинной аномалии тела, движущегося по гиперболической орбите с эксцентриситетом $e = 1.5$. *Примечание:* истинной аномалией называют угол тело — фокус (в котором находится тело притяжения) — перицентр.
- 1.7 На сколько процентов максимально может уменьшиться наблюдаемый с далекой звезды поток излучения от Солнца при прохождении планет по его диску?
- 1.8 Во сколько раз увеличится эффективная температура звезды, если ее светимость увеличить в два раза, а радиус уменьшить в полтора раза?
- 1.9 Видимые звездные величины компонент тройной звездной системы τ Тельца составляют: $m_A = 4.3$, $m_B = 8.9$, $m_C = 8.6$. Вычислите суммарную видимую звездную величину τ Тельца.
- 1.10 Белый гипергигант 6 Кассиопеи имеет эффективную температуру поверхности 8770 К . Считая излучение звезды чернотельным, определите длину волны максимума излучения в ее спектре.

2. ЖЕЛТЫЕ КАРЛИКИ

В астрофизике все элементы тяжелее водорода и гелия принято называть металлами. Металлы составляют очень малую долю от массы обычного вещества. Считается, что в отличие от водорода и гелия, которые образовались главным образом сразу после Большого Взрыва, синтез металлов связан с процессами звездообразования: в термоядерных реакциях и при взрывах сверхновых.

Рассмотрим следующий сценарий образования металлов в замкнутой системе. Облако газа массой M_0 изначально не содержит ни звезд, ни металлов.

Из облака газа постепенно образуются звезды двух типов: карлики, живущие долго (в данной задаче мы будем считать, что они живут вечно), и гиганты, которые существуют очень короткий промежуток времени, т. е. взрываются как сверхновые сразу после рождения. Для простоты мы также предположим, что количество газа, выбрасываемого посредством звездного ветра и взрыва сверхновых в облако, невелико, но очень насыщено металлами; оставшаяся масса гигантов превращается в нейтронные звезды и черные дыры. Металлы, выбрасываемые в облако, непрерывно перемешиваются с оставшимся там газом. Масса металлов, возвращающаяся в облако, составляет долю y ($y \leq 1$) массы газа, превращающегося в звезды. Будем считать эту величину постоянной, вне зависимости от содержания металлов в газе. В процессе звездообразования, доля массы газа, превращаемого в гиганты и карлики соответственно равна f_g и f_d ($f_g + f_d = 1$). Кроме того, будем считать, что конвекция внутри карликовых звезд является слабой, и наблюдаемых слой их поверхности сохраняет начальную металличность, такую, как была в окружающем газе в момент образования этих звезд, несмотря на протекающие в их ядрах термоядерные реакции. Эту величину мы будем называть металличностью карликов.

Одним из способов решения задачи химической эволюции в рамках данного сценария является следующая упрощенная модель: после каждого короткого временного интервала Δt небольшая доля текущей массы f превращается в звезды ($f \ll 1$).

- (a) Чему равна масса оставшегося газа после N таких циклов как функция N ?
- (b) Чему равна полная масса карликов, образованных после N циклов?
- (c) Чему равна масса металлов в оставшемся газе после N циклов?
- (d) Чему равна металличность газа после N циклов? Металличность — отношение массы металлов к общей массе газа.
- (e) Запишите металличность, как функцию отношения M/M_0 , где M — масса оставшегося газа.
- (f) Будем считать, что в настоящее время металличность газового облака сравнима с солнечной (в расчетах считайте, что она точно равна $Z = 0.02$), а наблюдаемая доля газа составляет $1/10$ часть полной массы облака. Определите долю массы карликовых звезд с металличностью, меньшей $Z/4$.

3. ТЯЖЕЛАЯ ЭПОХА ВСЕЛЕННОЙ

В данном задании рассмотрим одну из однородных и изотропных космологических моделей Вселенной, впервые предложенную А. А. Фридманом в 1922 г. и носящую его имя.

Согласно фридмановской модели существует соотношение между усредненной плотностью ρ вещества в наблюдаемой Вселенной, параметрами движения H (постоянная Хаббла) и взаимодействия G (гравитационная постоянная) вещества

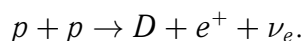
$$H^2 = \frac{8\pi}{3} \rho G. \quad (1)$$

Будем предполагать, что на раннем этапе развития Вселенной эффективная массовая плотность излучения, определяемая как $\rho = (E/V)/c^2$, значительно превосходила массовую плотность вещества.

По закону Стефана-Больцмана, плотность энергии равновесного излучения пропорциональна четвертой степени температуры

$$\frac{E}{V} = \frac{4\sigma}{c} T^4. \quad (2)$$

- (a) Используя соотношения (1) и (2) получите взаимосвязь между температурой Вселенной и временем, прошедшим с начала ее расширения.
- (b) Считая процесс расширения адиабатическим, и «достаточно медленным» для того, чтобы вещество и излучение все время находились в тепловом равновесии, оцените время начала образования нуклонов (интервал адронной эпохи). *Указание: при тепловом равновесии считать $mc^2 \sim kT$.*
- (c) Оцените длину волны излучения, возникающего при аннигиляции протонов и антипротонов.
- (d) В качестве вероятного механизма образования легчайших ядер рассмотрим протон-протонную реакцию с образованием дейтерия



Для начала этой реакции двум протонам необходимо преодолеть потенциальный барьер электростатического (кулоновского) отталкивания и сблизиться на расстояние, достаточное для участия в сильном взаимодействии, которое будем полагать равным $r_s = 10^{-14}$ м. По-прежнему считая, что вещество во Вселенной находится в тепловом равновесии, оцените температуру, при которой возможно преодоление протонами барьера электростатического отталкивания.

- (e) Сравните энергию равновесных фотонов с энергией связи протона и нейтрона в ядре дейтерия и сделайте вывод о возможности нуклеосинтеза в адронную эпоху.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Физические постоянные

Скорость света в вакууме $c = 2.9979 \times 10^8$ м/с

Гравитационная постоянная $G = 6.67 \times 10^{-11}$ м³ · кг⁻¹ · с⁻²

Постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ Дж · с⁻¹ · м⁻² · К⁻⁴

Постоянная Больцмана $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К

Постоянная Вина $b = 2.8977685 \times 10^6$ нм · К

Постоянная Планка $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Дж · с

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м

Элементарный заряд $e = 1.602 \times 10^{-19}$ Кл

Электронвольт 1 эВ = 1.602×10^{-19} Дж

Масса покоя протона $m_p = 1.6726 \times 10^{-27}$ кг

Масса покоя нейтрона $m_n = 1.6749 \times 10^{-27}$ кг

Масса покоя ядра дейтерия $m_D = 3.3445 \times 10^{-27}$ кг

Данные о Солнечной системе

Радиус Солнца: 6.96×10^5 км

Радиус Меркурия: 2.44×10^3 км

Радиус Венеры: 6.05×10^3 км

Радиус Земли: 6.37×10^3 км

Радиус Марса: 3.386×10^3 км

Радиус Юпитера: 7.15×10^4 км

Радиус Сатурна: 6.03×10^4 км

Радиус Урана: 2.556×10^4 км

Радиус Нептуна: 2.47×10^4 км