

★ Белорусские астрономические олимпиады ★

Задания для заключительного этапа
XIX Республиканской олимпиады по астрономии

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

26 марта 2013 года



КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

1. Через какое время после верхней кульминации, и на какой географической широте некоторая звезда окажется в точке запада?

2. Через сколько лет точка весеннего равноденствия будет находиться там, где в настоящее время находится точка зимнего солнцестояния? Период прецессии составляет 26 тысяч лет.

3. Во сколько раз в течение года изменяется отношение продолжительности дня и ночи на тропике Рака?

4. До какой величины надо уменьшить скорость геостационарного спутника в апогее, чтобы он приземлился? Сопротивлением воздуха пренебречь.

5. Найти минимальное время полета планеты, вращающейся вокруг Солнца, от малой оси ее орбиты до большой оси ($b = a/2 = 1.00$ а. е.).

6. Чему равнялся синодический период Луны в эпоху начала кольцеобразных солнечных затмений? Орбиты Луны и Земли считайте круговыми, а радиусы Солнца и земной орбиты — не меняющимися.

7. Чему равна минимальная скорость, которую необходимо сообщить телу в центре однородной Земли для того, чтобы оно удалилось от Солнца на бесконечность? Орбиту Земли считайте круговой.

8. Инопланетный космический корабль пролетел мимо Солнечной системы, а спустя 10 лет по времени земных наблюдателей оказался около Сириуса (параллакс $0.38''$), двигаясь, все время прямолинейно равномерно. На сколько земных лет постарел его экипаж?

9. Оцените расстояние, с которого метеорит, радиусом $R = 10$ м и альбедо $\alpha = 0.1$ может наблюдаться в телескоп «Алькор» (диаметр объектива $D = 6.5$ см, диаметр зрачка глаза $d = 6$ мм, предельная звездная величина, видимая глазом $m_{eye} = 6$) ?

10. Гелиоцентрическое красное смещение в спектре объекта, находящегося по направлению движения Солнечной системы относительно центра Галактики $\Delta\lambda/\lambda = 0.01$. Оцените расстояние до него, если круговая скорость Солнца вокруг центра Галактики составляет 225 ± 25 км/с.

ТРИ МУДРЕЦА

Действия и персонажи данной задачи вымышлены, всякое совпадение с реальными историческими событиями или людьми может быть только случайным. По этой же причине возможно некоторое несоответствие дат и мест с возможными событиями далекого прошлого.

В задаче:

- Земля — шарообразная, а в местах, где происходят события, — плоская;
- горизонт любой местности — идеальный, математический;
- высота над уровнем моря равна нулю;
- рефракция отсутствует;
- все объекты на небе — точечные;
- звезды видны на небе сразу после захода Солнца и до самого его восхода;
- уравнение времени равно нулю;
- время — местное, совпадающее со средним солнечным;
- экваториальные координаты Сириуса: $RA=05^h16.9^m$, $Dec=-15^\circ58'$;
- экваториальные координаты Солнца: $RA=18^h06^m$, $Dec=-23^\circ41'$;
- зимнее солнцестояние: 23 декабря, 3:00 местного времени;
- географические координаты Иерусалима: $31^\circ48'00''N$, $35^\circ13'00''E$;
- географические координаты Вифлеема: $31^\circ42'11''N$, $35^\circ11'44''E$.

Once upon a time...

24 декабря 4 года до н. э. три мудреца покинули Иерусалим в момент начала видимости Сириуса, двигаясь все время в направлении этой звезды с постоянной скоростью 5.0 км/ч, которая в итоге должна привести их в Вифлеем.

- Определите момент времени начала путешествия.
- Получите зависимость азимута (отсчитываемого от точки юга) от времени для ночи 24/25 декабря.
- Рассчитайте и нанесите на карту траекторию движения мудрецов на протяжении данной ночи.
- Попадут ли главные герои в Вифлеем до восхода Солнца? Ответ обоснуйте расчетами.

МЕГААТОМЫ

В 1913 году Нильс Бор опубликовал работу «О строении атомов и молекул», в которой дал объяснения наблюдаемым спектральным линиям атома водорода. Для этого он сделал несколько допущений, известных теперь как постулаты Бора¹:

1. Динамическое равновесие системы в стационарных состояниях можно рассматривать с помощью обычной механики, тогда как переход системы из одного стационарного состояния в другое нельзя трактовать на этой основе.
2. Указанный переход сопровождается испусканием монохроматического излучения, для которого соотношение между частотой и количеством выделенной энергии именно такое, которое дает теория Планка.

Напомним, что существенным пунктом планковской теории излучения является утверждение, что излучение энергии атомной системы происходит не непрерывно, как принято в классической электродинамике, а, напротив, определенными отдельными актами испускания. Количество испускаемой атомом энергии при каждом акте излучения равно $nh\nu$, где n – целое число, а h – универсальная постоянная (постоянная Планка).

В случае одного электрона и одного положительно заряженного ядра, Бор допустил, что электрон в начале взаимодействия с ядром находится достаточно далеко и не обладает заметной скоростью, а после встречи с ним попадает на стационарную круговую орбиту вокруг ядра.

Кроме того, электрон испускает монохроматическое излучение с частотой ν , равной половине частоты обращения электрона по своей окончательной орбите. Тогда, согласно теории Планка, можно ожидать, что количество энергии, испускаемой в этом процессе, равно $nh\nu$. Если допустить, что излучение монохроматично, то напрашивается второе допущение относительно частоты излучения, а именно, что число оборотов электрона в начале излучения равно нулю. Убедимся, что можно объяснить линейчатые спектры водорода для стационарных состояний с помощью упомянутых выше допущений.

(а) На основе выдвинутых Бором постулатов получите выражение для энергии, излученной при образовании стационарного состояния W_r для заданного n и энергию, испускаемую при переходе системы из состояния, соответствующего $n = n_1$, в другое, где $n = n_2$, $\Delta W_r = W_{r_2} - W_{r_1}$.

В своей работе Нильс Бор также упоминает, что невозможно обнаружить более чем 12 линий серии Бальмера ($n_2 = 2$) в опытах с вакуумными трубками, хотя в спектрах некоторых небесных тел наблюдаются 33 линии. Бор объясняет это тем, что диаметр атома водорода не может превышать среднее расстояние между атомами, которое прямо пропорционально давлению. Согласно его теории, очень низкое давление газа является условием, необходимым для появления большого числа линий; чтобы одновременно получить достаточную для наблюдения интенсивность, заполненный газом объем должен быть очень большим.

(б) Исходя из этих соображений оцените концентрацию n_0 , плотность ρ и давление p водорода в небесном теле, для которого наблюдаются 33 линии в серии Бальмера, если считать, что при наблюдении 12 линий при помощи вакуумной трубки давление в ней составляет 3.5 мм рт. ст.

¹Русский перевод взят из сборника: Н. Бор “Избранные научные труды” Под редакцией И.А. Тамма М. Наука, 1970, стр. 84.

(с) Если предположить, что переход из основного в возбужденное состояние водорода осуществляется *только* за счет энергии теплового движения, то, в какое минимальное количество раз должно вырасти давление, чтобы можно было наблюдать не менее 33 линии в серии Бальмера?

В другой своей работе «О спектре водорода» Бор писал: «Только при очень низких давлениях большие электронные орбиты не будут возмущаться электрическими силами соседних атомов; давление должно быть столь низким, что в гейслеровской трубке обычных размеров мы не можем получить свечение достаточной яркости. Однако можно предполагать, что в небесных телах водород может находиться в крайне разрежении на огромных просторах»... Действительно, в 1965 г. Национальная обсерватория Грин-Бэнк (США) изучая спектры в направлении туманностей Омега и Ориона зарегистрировала линию водорода при переходах между уровнями 110 и 109, а в Гарвардском университете наблюдались еще две линии $157 \rightarrow 156$ и $159 \rightarrow 158$.

(d) Определите длины волн соответствующих линий, а также концентрации водорода, наблюдаемого в данной разреженной межзвездной среде.

(e) В спектре водорода, испускаемом квазаром SDSS 1030+0524, линия, соответствующая переходу $2 \rightarrow 1$ при наблюдении с Земли имеет длину волны $\lambda_{obs} = 885.2$ нм. Определите лучевую скорость данного объекта.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 2.9979 \times 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \times 10^{-11}$ м ³ · кг ⁻¹ · с ⁻²
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.6704 \times 10^{-8}$ Вт · м ⁻² · К ⁻⁴
Постоянная Больцмана	$k = 1.3807 \times 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Вина	$b = 2.898 \times 10^6$ нм · К
Постоянная Планка	$h = 6.626 \times 10^{-34}$ Дж · с
Элементарный заряд	$e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Масса электрона	$m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}$ кг
1 мм. рт. ст.	133.3 Па

Астрономические данные

Наклон эклиптики к небесному экватору	$\varepsilon = 23^\circ 26'$
Астрономическая единица	1 а. е. = 1.496×10^{11} м
Тропический год	$T_0 = 365.2422$ солнечных суток
Сидерический год	$T_S = 365.256$ солнечных суток
Эксцентриситет земной орбиты	$e_E = 0.0167$
Средний радиус Земли	$R_\oplus = 6.371 \times 10^6$ м
Масса Земли	$M_\oplus = 5.974 \times 10^{24}$ кг
Сидерический период обращения Луны	$T_M = 27.3217$ суток
Синодический период обращения Луны	$P_M = 29.5306$ суток
Радиус Солнца	$R_\odot = 6.955 \times 10^8$ м
Масса Солнца	$M_\odot = 1.989 \times 10^{30}$ кг
Светимость Солнца	$L_\odot = 3.846 \times 10^{26}$ Вт
Постоянная Хаббла (WMAP, 2012)	$H_0 = 69.3 \pm 0.8$ км · с ⁻¹ · Мпк ⁻¹