

ТРИ МУДРЕЦА

Теоретический тур

Решение и схема оценивания

26 марта 2013 года

- (a) Рассмотрим сферические треугольники $P_N Z \star$ и $P_N Z \odot$ (\star — Сириус). Для положения светил на горизонте выводим выражения для часовых углов восхода/захода:

$$\cos(t_{\star, \odot}) = -\tan(\delta_{\star, \odot}) \tan(\varphi).$$

Для каждого светила выбираем правильную четверть угла. Для Солнца:

$$T_{\odot set} = t_{\odot} + 12^h = 16^h 57^m.$$

Для Сириуса:

$$\alpha_{\star} + t_{\star} = \alpha_{\odot} + t_{\odot} \Rightarrow T_{\star rise} = \alpha_{\star} - \alpha_{\odot} + t_{\star} + 12^h = 17^h 52^m.$$

Таким образом, начало путешествия: **17:52**.

- (b) Для треугольника $P_N Z \star$ из теорем синусов и пяти элементов получим:

$$\cot(A) = -\cos(\varphi(T)) \tan(\delta) \csc(t) + \sin(\varphi(T)) \cot(t),$$

где часовой угол t связан с временем T соотношением выше.

- (c) Аналогично решению в (a), для начальной точки путешествия получим время восхода Солнца: 7:03 и время захода Сириуса: 4:30. Следовательно, момент окончания путешествия: **4:30**. Однако, данная величина нуждается в пересчете с учетом перемещения наблюдателей, что будет выполнено далее.

Компоненты скорости мудрецов вдоль координатных линий:

$$\begin{aligned} V_{\varphi} &= -V \cos(360^\circ - A) = -V \cos(A) = R_{\oplus} \frac{\Delta \varphi}{\Delta T}, \\ V_{\lambda} &= V \sin(360^\circ - A) = -V \sin(A) = R_{\oplus} \frac{\Delta \lambda}{\Delta T} \cos(\varphi). \end{aligned}$$

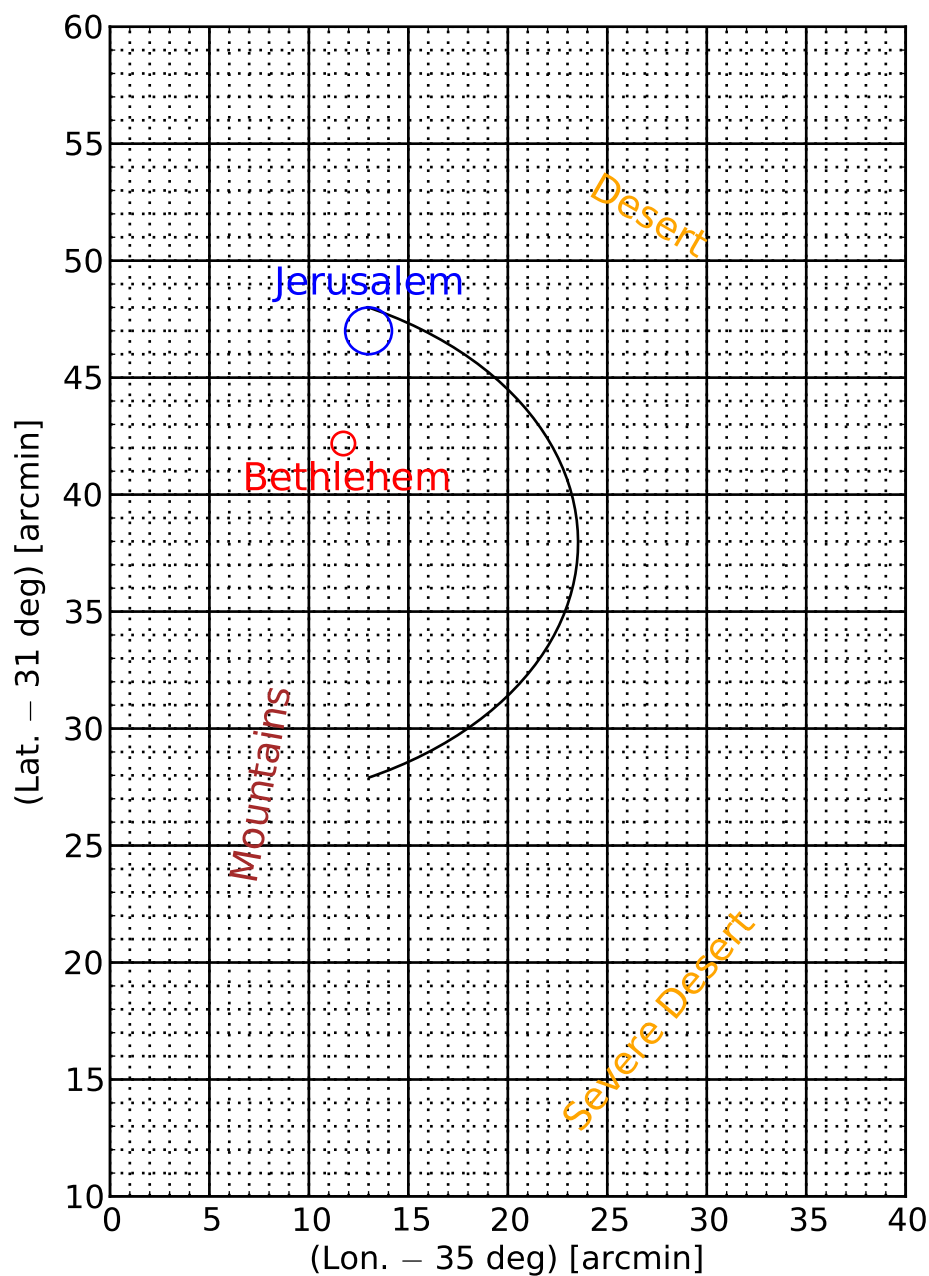
В приведенных выражениях $A \equiv A(T)$.

Координаты мудрецов на $(i + 1)$ шаге:

$$\begin{aligned} \lambda_{i+1} &= \lambda_i - \frac{V}{R_{\oplus}} \sec(\varphi_i) \sin(A_i) \Delta T, \\ \varphi_{i+1} &= \varphi_i - \frac{V}{R_{\oplus}} \cos(A_i) \Delta T. \end{aligned}$$

Решая данную систему итерационно, получим траекторию путешественников (см. рисунок). Для места окончания пути найдем новое значение времени захода Сириуса: **4:31**.

- (d) Восход Солнца наступит значительно позже захода Сириуса, поэтому окончание пути — заход Сириуса. Путешественники *не попадут* в Вифлеем. В качестве обоснования принимаются ссылка на правильный график либо расчеты.



Задача оценивается 25 баллами