

РЕШЕНИЯ (КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ)

1.

Точка запада лежит на пересечении небесного экватора и плоскости математического горизонта, поэтому склонение звезды: $\delta = 0^\circ$, а широта любая, за исключением $\varphi = \pm 90^\circ$.

Часовой угол верхней кульминации $t_1 = 0^\circ$, а точки запада $t_2 = 18^h$,

Поэтому:

$$\Delta s = t_2 - t_1 = 18^h.$$

Ответ: $\Delta s = 18^h$, $\varphi = (-90^\circ, +90^\circ)$.

2.

Точка весеннего равноденствия делает полный оборот относительно небесной сферы в сторону ее вращения за промежуток времени «Платонов год», который равен 26000 лет . Поэтому точка весеннего равноденствия «перейдет» в точку зимнего солнцестояния за одну четвертую часть этого периода, то есть 6500 лет .

Ответ: 6500 лет

3.

Тропик Рака расположен на географической широте $\varphi = 23^\circ 26'$.

Изменение продолжительности дня и ночи в течение года связано с изменением склонения Солнца.

В день летнего солнцестояния:

$$t'_{\text{дня}} = 2 \arccos(-\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi) = 2 \arccos(-\operatorname{tg} 23^\circ 26' \cdot \operatorname{tg} 23^\circ 26') = 13,444 (\text{часа})$$

$$t'_{\text{ночи}} = 24^h - t'_{\text{дня}} = 10,556 (\text{часа})$$

В день зимнего солнцестояния:

$$t''_{\text{дня}} = 2 \arccos(-\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi) = 2 \arccos(\operatorname{tg} 23^\circ 26' \cdot \operatorname{tg} 23^\circ 26') = 10,556 (\text{часа})$$

$$t''_{\text{ночи}} = 24^h - t''_{\text{дня}} = 13,444 (\text{часа})$$

Отсюда:

$$\frac{t'_{\text{дня}}}{t'_{\text{ночи}}} : \frac{t''_{\text{дня}}}{t''_{\text{ночи}}} = \frac{13,444}{10,556} : \frac{10,556}{13,444} = 1,62$$

Ответ: в 1,62 раза.

4.

Найдем радиус орбиты геостационарного спутника:

$$R = \left(\frac{T^2 GM}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{86400^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,00 \cdot 10^{24}}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 4,23 \cdot 10^7 (\text{м})$$

Для того, чтобы спутник приземлился, надо построить орбиту:

$$Q = 4,23 \cdot 10^7 \text{ м}, \quad q = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

Ее большая полуось:

$$a = \frac{Q+q}{2} = \frac{4,23 \cdot 10^7 + 6,4 \cdot 10^6}{2} = 2,43 \cdot 10^7 (м).$$

Эксцентриситет орбиты:

$$e = 1 - \frac{q}{a} = 1 - \frac{6,37 \cdot 10^6}{2,43 \cdot 10^7} = 0,738.$$

Период обращения:

$$T_1 = \left(\frac{a}{R} \right)^{\frac{3}{2}} T = \left(\frac{2,43 \cdot 10^7}{4,23 \cdot 10^7} \right)^{\frac{3}{2}} 86400 = 37700 (с).$$

Круговая скорость:

$$v_0 = \frac{2\pi a}{T_1} = \frac{2\pi \cdot 2,43 \cdot 10^7}{37700} = 4060 \left(\frac{м}{с} \right).$$

Искомая скорость (в апогее):

$$v_A = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} v_0 = \sqrt{\frac{1-0,738}{1+0,738}} 4060 = 1570 \left(\frac{м}{с} \right)$$

Ответ: $v_A \leq 1570 \frac{м}{с}.$

5.

Расстояние от фокуса до конца малой оси равно длине большой полуоси:

$$r = a = 3,00 \cdot 10^{11} м.$$

Эксцентриситет орбиты:

$$a^2(1-e^2) = b^2 \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Найдем эксцентричную аномалию:

$$r = a(1 - e \cos E) \Rightarrow \cos E = \frac{1 - \frac{r}{a}}{e} = 0 \Rightarrow E = \frac{\pi}{2}.$$

Найдем среднюю аномалию:

$$M = E - e \sin E = \frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\pi}{2} = 0,705.$$

Период обращения:

$$T = \left(\frac{2}{1} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot 365,26 = 1033,11 (суток)$$

Время движения:

$$t = \frac{T}{2\pi} \cdot M = \frac{1033,11}{2\pi} \cdot 0,705 = 115,88 (суток)$$

Ответ: $t = 115,88 \text{ суток}.$

6.

Рассчитаем расстояние от Земли до Луны в эпоху начала кольцеобразных затмений:

$$a = \frac{a_3 \cdot R_{\text{Л}}}{R_{\text{С}}} = \frac{150000000 \cdot 1740}{696000} = 375000 (\text{км}).$$

Найдем сидерический месяц в данную эпоху:

$$T_{\text{сид}} = 27,32 \cdot \left(\frac{384400}{375000} \right)^{1,5} = 26,32 (\text{суток}).$$

Определим синодический месяц в данную эпоху:

$$T_{\text{син}} = \frac{365,26 \cdot 26,32}{365,26 - 26,32} = 28,37 (\text{суток}).$$

Ответ: $T_{\text{син}} = 28,37 \text{ суток}$

7. Чему равна третья космическая скорость в центре однородной Земли?

Решение:

Учитываем работу против сил тяготения на пути от центра Земли до ее поверхности:

$$A = \frac{GMm}{2R} = \frac{mv_{2K}^2}{4}.$$

Отсюда:

$$\frac{mv_{3K}^2}{2} = A + \frac{mv_{2K}^2}{2} + \frac{mv_{\text{доп}}^2}{2} \Rightarrow v_{3K}' = \sqrt{\frac{3}{2}v_{2K}^2 + v_{\text{доп}}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}11,2^2 + 12,3^2} = 18,42 \left(\frac{\text{км}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: $v_{3K}' = 18,42 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$

8. Космический корабль побывал на Сириусе $\pi = 0,38''$ и вернулся назад через 20 лет, двигаясь, все время с постоянной скоростью. Насколько постарели космонавты?

Решение:

Рассчитаем расстояние до Сириуса в световых годах:

$$r = \frac{3,26}{\pi} = \frac{3,26}{0,38} = 8,58 (\text{св.год}).$$

Находим скорость полета туда и обратно:

$$v = \frac{2r}{t_0} = \frac{2 \cdot 8,58}{20} = 0,858 \text{ с.}$$

Определяем промежуток времени по часам космонавтов:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{20}{\sqrt{1 - 0,858^2}} = 10,3 (\text{года})$$

Ответ: $t = 10,3 \text{ года}$

9.

Предельная видимая звездная величина для «Алькора» (диаметр зрачка 0,6 см):

$$\left(\frac{6,5}{0,6}\right)^2 = 2,512^{m-6} \Rightarrow m = 6 + 5 \lg \frac{6,5}{0,6} = 11,2.$$

Определим расстояние, на котором видимая звездная величина метеорита такая же:

$$\frac{a \cdot \pi R^2 \cdot b}{\pi r^2 \cdot b} = 2,512^{m-m_s},$$

где b - солнечная постоянная.

Отсюда:

$$r = \sqrt{a \cdot 2,512^{11,2 - (-26,7)}} R = \sqrt{0,1 \cdot 2,512^{26,7 - 11,2}} 10 = 1,19 \cdot 10^8 (\text{м}) = 119000 \text{ км}$$

Ответ: $r = 119000 \text{ км}$

10. Красное смещение в спектре объекта, находящегося по направлению движения Солнечной системы относительно центра Галактики $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0,01$.

Оцените расстояние до него.

Решение:

Скорость объекта относительно Солнца:

$$v_c = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c = 0,01 \cdot 300000 = 3000 \left(\frac{\text{км}}{\text{с}} \right).$$

Скорость объекта относительно центра Галактики:

$$v = 3000 + (200 \div 250) = 3200 \div 3250 \left(\frac{\text{км}}{\text{с}} \right)$$

Положив в законе Хаббла $v = H \cdot r$ постоянную $H = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$, получим:

$$r = \frac{v}{H} = \frac{3200 \div 3250}{75} = 42,7 \div 43,3 (\text{Мпк})$$

Ответ: $r = 42,7 \div 43,3 \text{ Мпк}$.