

Вариант 1
Задания теоретического тура

Задание 1. Наблюдение Арктура. (25 баллов).

В некотором месте на Земле, лишенной атмосферы, время нахождения Арктура ($\alpha = 14^h 16^m$, $\delta = 19^\circ 11'$) под плоскостью математического горизонта вдвое меньше звездных суток.

- Чему равна географическая широта места наблюдения?
 - Как изменятся условия наблюдения Арктура для астронома, находящегося вдвое ближе к экватору?
 - Во сколько раз продолжительность дня в месте нахождения (пункт а)) астронома-любителя больше продолжительности ночи?
 - Какова максимальная продолжительность визуального (без телескопа) наблюдения Арктура астрономом-любителем в течение года?
 - Когда (число, месяц) это возможно?
- Подсказка: в последних трех пунктах атмосфера есть, но помех наблюдению нет.

Решение:

- а) Часовой угол захода Арктура в месте наблюдения:

$$t = 8^h = 120^\circ.$$

Широта места наблюдения:

$$\varphi = a \tan\left(-\frac{\cos t}{\tan \delta}\right) = a \tan\left(-\frac{\cos 120^\circ}{\tan 19^\circ 11'}\right) = 55^\circ 10'.$$

- б) Время нахождения Арктура под горизонтом меньше звездных суток в:

$$N = \frac{180^\circ}{180^\circ - a \cos\left(-\tan \delta \cdot \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)} = \frac{180^\circ}{180^\circ - a \cos\left(-\tan 19^\circ 11' \cdot \tan\left(\frac{55^\circ 10'}{2}\right)\right)} = 2,26 \text{ раз.}$$

- в) Часовые углы захода Солнца в дни солнцестояний:

$$t_{s1} = a \cos\left(\frac{\cos z_s - \sin \varphi \cdot \sin \delta_1}{\cos \varphi \cdot \cos \delta_1}\right) = a \cos\left(\frac{\cos 90^\circ 51' - \sin 55^\circ 10' \cdot \sin 23^\circ 26'}{\cos 55^\circ 10' \cdot \cos 23^\circ 26'}\right) = 8,709^h;$$

$$t_{s2} = a \cos\left(\frac{\cos z_s - \sin \varphi \cdot \sin \delta_2}{\cos \varphi \cdot \cos \delta_2}\right) = a \cos\left(\frac{\cos 90^\circ 51' + \sin 55^\circ 10' \cdot \sin 23^\circ 26'}{\cos 55^\circ 10' \cdot \cos 23^\circ 26'}\right) = 3,568^h.$$

В течение года продолжительность дня больше продолжительности ночи в:

$$N_1 = \frac{2 \cdot t_{s1}}{2 \cdot 12^h - 2 \cdot t_{s1}} = 2,646; \quad N_2 = \frac{2 \cdot t_{s2}}{2 \cdot 12^h - 2 \cdot t_{s2}} = 0,423.$$

- г) В момент противостояния Арктура и Солнца ($\alpha_s = 2^h 16^m$, $\delta_s = 13^\circ 38'$) время от начала вечерних навигационных сумерек до окончания утренних навигационных сумерек:

$$\tau = 24^h - 2 \cdot a \cos\left(\frac{\cos 96^\circ - \sin \delta_s \sin \varphi}{\cos \delta_s \cos \varphi}\right) = 7^h 40^m \text{ меньше времени нахождения его над горизонтом, поэтому: } \Delta\tau = 7^h 40^m.$$

- д) Соответствующая дата 26 апреля, плюс-минус одни сутки.

Ответ: а) $\varphi = 55^\circ 10'$, б) $N = 2,26$, в) $N \in [0,423; 2,646]$, г) $\Delta\tau = 7^h 40^m$,
д) 26 апреля, плюс-минус одни сутки.

Задание 2. Движения Луны. (25 баллов).

Луна движется вокруг Земли по орбите, параметры которой, $a = 384400 \text{ км}$,
 $e = 0,055$, $i = 5^\circ 09'$.

Используя эти данные, рассчитайте:

- а) Максимальное и минимальное расстояние между центрами Земли и Луны;
- б) Максимальную и минимальную высоту центра Луны в момент ее верхней кульминации в Минске в течение года.

Две недели тому назад расстояние между центрами Земли и Луны составило 357000 км .

- в) Объясните несоответствие этого факта результатам пункта а).
- г) В первом приближении, Луна повернута к Земле все время одной стороной, однако астрономы, находясь на Земле, наблюдают примерно 60% ее поверхности. Это возможно вследствие явления либрации. Какие его виды Вы знаете?
- д) Чем вызвана либрация по долготе?

Подсказка: Минск ($\varphi = 53^\circ 54'$, $\lambda = 27^\circ 33'$).

Решение:

- а) Расстояния между центрами Земли и Луны в перигее и апогее:

$$q = a(1 - e) = 384400 \cdot (1 - 0,055) = 363300 \text{ км},$$

$$Q = a(1 + e) = 384400 \cdot (1 + 0,055) = 405500 \text{ км}.$$

- б) Максимальное и минимальное значения склонения Луны:

$$\delta_{L\max} = i + \varepsilon = 5^\circ 09' + 23^\circ 26' = 28^\circ 35',$$

$$\delta_{L\min} = -i - \varepsilon = -5^\circ 09' - 23^\circ 26' = -28^\circ 35'.$$

Максимальная и минимальная высота Луны в Минске в моменты ее верхних кульминаций:

$$h_{L\max} = 90^\circ + \delta_{L\max} - \varphi = 90^\circ + 28^\circ 35' - 53^\circ 54' = 64^\circ 41',$$

$$h_{L\min} = 90^\circ + \delta_{L\min} - \varphi = 90^\circ - 28^\circ 35' - 53^\circ 54' = 7^\circ 31'.$$

- в) Вследствие приливного воздействия Солнца, невозмущенная орбита Луны (эллипс) то вытягивается, то сжимается, поэтому расстояние между центрами Земли и Луны может быть как меньше расстояния в перигее, так и больше расстояния в апогее. Это явление называется «эвекция».

- г) Либрация по широте, либрация по долготе, параллактическая либрация, физическая либрация.

- д) Движением Луны в соответствии со вторым законом Кеплера.

Ответ: а) $q = 363300 \text{ км}$, $Q = 405500 \text{ км}$; б) $h_{L\max} = 64^\circ 41'$, $h_{L\min} = 7^\circ 31'$;

- в) «эвекция»; г) либрация по широте, долготе, параллактическая, физическая;
- д) второй закон Кеплера.

Задание 3. Фотометрия небесных тел. (25 баллов).

Для решения различных задач астрономии используют понятие поверхностной яркости небесных тел $\mu \left(\frac{mag}{(")^2} \right)$.

- а) Как зависит поверхностная яркость звезды от расстояния до наблюдателя?
б) Считая видимую звездную величину Солнца $m_s = -26,8$, определите его поверхностную яркость.
в) Как изменится поверхностная яркость звезды вследствие прохождения света от нее через туманность, в которой поглощение света составляет $\Delta m = 5$?
г) Среднее значение поверхностной яркости сферической галактики, радиус которой 25 кпк , $\mu = 21,3 \frac{mag}{(")^2}$. Оцените число звезд в ней.
д) Используя известные Вам значения, оцените среднее значение поверхностной яркости Галактики, при наблюдении ее из созвездия Волосы Вероники.
Подсказка: в расчетах считайте все звезды солнцеподобными.

Решение

а) По мере удаления от звезды, поток излучения в данный телесный угол остается неизменным, следовательно: $\mu = const$.

б) Поскольку полный телесный угол равен $4\pi \text{ ср}$, а $180^\circ = \pi \text{ рад}$, то $1 \text{ ср} = 3283 (^\circ)^2$. Телесный угол, под которым с Земли видно Солнце:

$$\Omega = \frac{R_s^2}{a^2} = \frac{696000^2}{149600000^2} = 6,764 \cdot 10^{-5} \text{ ср} = 6,764 \cdot 10^{-5} \cdot 3283 \cdot 3600^2 = 2,878 \cdot 10^6 (")^2.$$

«Суммируем» квадратные угловые секунды:

$$\mu = m_s + 2,5 \cdot \lg \Omega = -26,8 + 2,5 \cdot \lg 2,878 \cdot 10^6 = -10,65.$$

в) Изменение поверхностной яркости звезды вследствие поглощения равно ему (телесный угол при этом не изменяется):

$$\Delta \mu = \Delta m = 5.$$

г) Эффект экранирования отсутствует, поэтому отношение площади поперечного сечения галактики к площади солнцеподобной звезды равно числу звезд в галактике:

$$N = \frac{r^2}{R_s^2} \cdot 10^{0,4 \cdot (\mu_s - \mu)} = \frac{(25000 \cdot 149600000 \cdot 206265)^2}{696000^2} \cdot 10^{0,4 \cdot (-10,65 - 21,3)} = 203 \text{ млрд}$$

д) Из решения пункта г) следует: $\mu = \mu_s - 2,5 \cdot \lg \left(N \cdot \frac{R_s^2}{r^2} \right)$

$$\mu = -10,65 - 2,5 \cdot \lg \left(1,0 \cdot 10^{11} \frac{696000^2}{(15000 \cdot 149600000 \cdot 206265)^2} \right) = 20,96.$$

Ответ: а) $\mu = const$; б) $\mu = -10,65$; в) $\Delta \mu = 5$; г) $N = 203 \text{ млрд}$; д) $\mu = 20,96$.

Задание 4. Большой Взрыв. (25 баллов)

Будем считать, что 13,7 млрд. лет действительно произошел «Большой Взрыв», в результате чего Вселенная начала расширяться «ниоткуда» и «вникуда».

- а) Через сколько секунд после указанного события, происходящие с Вселенной процессы стали понятны современным астрофизикам?
б) Как зависел масштабный фактор от времени в течение инфляционного периода?
в) Как зависел масштабный фактор от времени тогда, когда «родилось» реликтовое излучение?
г) Какова была зависимость масштабного фактора от времени в модели Фридмана?
д) Каким образом изменяется масштабный фактор в настоящее время?
- В пункте а) надо рассчитать искомое время, в пунктах б) в) г) д) достаточно привести соответствующие формулы.

Решение:

а) Это планковское время, которое представляет собой произведение основных физических констант: $\tau_{пл} = c^\alpha G^\beta \hbar^\gamma$,

$$\text{где: } c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}, G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}, \hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Применим метод размерностей:

$$\begin{cases} \alpha + 3\beta + 2\gamma = 0 & (м) \\ -\alpha - 2\beta - \gamma = 1 & (с) \\ -\beta + \gamma = 0 & (кг) \end{cases}$$

$$\text{Отсюда: } \alpha = -\frac{5}{2}, \beta = \frac{1}{2}, \gamma = \frac{1}{2}.$$

В итоге:

$$\tau_{пл} = c^{-\frac{5}{2}} \cdot G^{\frac{1}{2}} \cdot \hbar^{\frac{1}{2}} = (3,00 \cdot 10^8)^{-\frac{5}{2}} \cdot (6,67 \cdot 10^{-11})^{\frac{1}{2}} \cdot (1,054 \cdot 10^{-34})^{\frac{1}{2}} = 5,38 \cdot 10^{-44} \text{ с}.$$

б) Инфляционная фаза:

$$a(t) = \text{Const} \cdot e^{Ht}.$$

в) Радиационное доминирование:

$$a(t) = \text{Const} \cdot t^{\frac{1}{2}}.$$

г) Пылевая стадия:

$$a(t) = \text{Const} \cdot t^{\frac{2}{3}}.$$

д) Λ - доминирование:

$$a(t) = \text{Const} \cdot e^{Ht}.$$

Ответ: а) $\tau_{пл} = 5,38 \cdot 10^{-44} \text{ с}$; б) $a = \text{Const} \cdot e^{Ht}$; в) $a(t) = \text{Const} \cdot t^{\frac{1}{2}}$;

г) $a(t) = \text{Const} \cdot t^{\frac{2}{3}}$; д) $a(t) = \text{Const} \cdot e^{Ht}$.